

# Férmions de Majorana e a computação quântica – aula 2/3

Carlos Alberto dos Santos

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

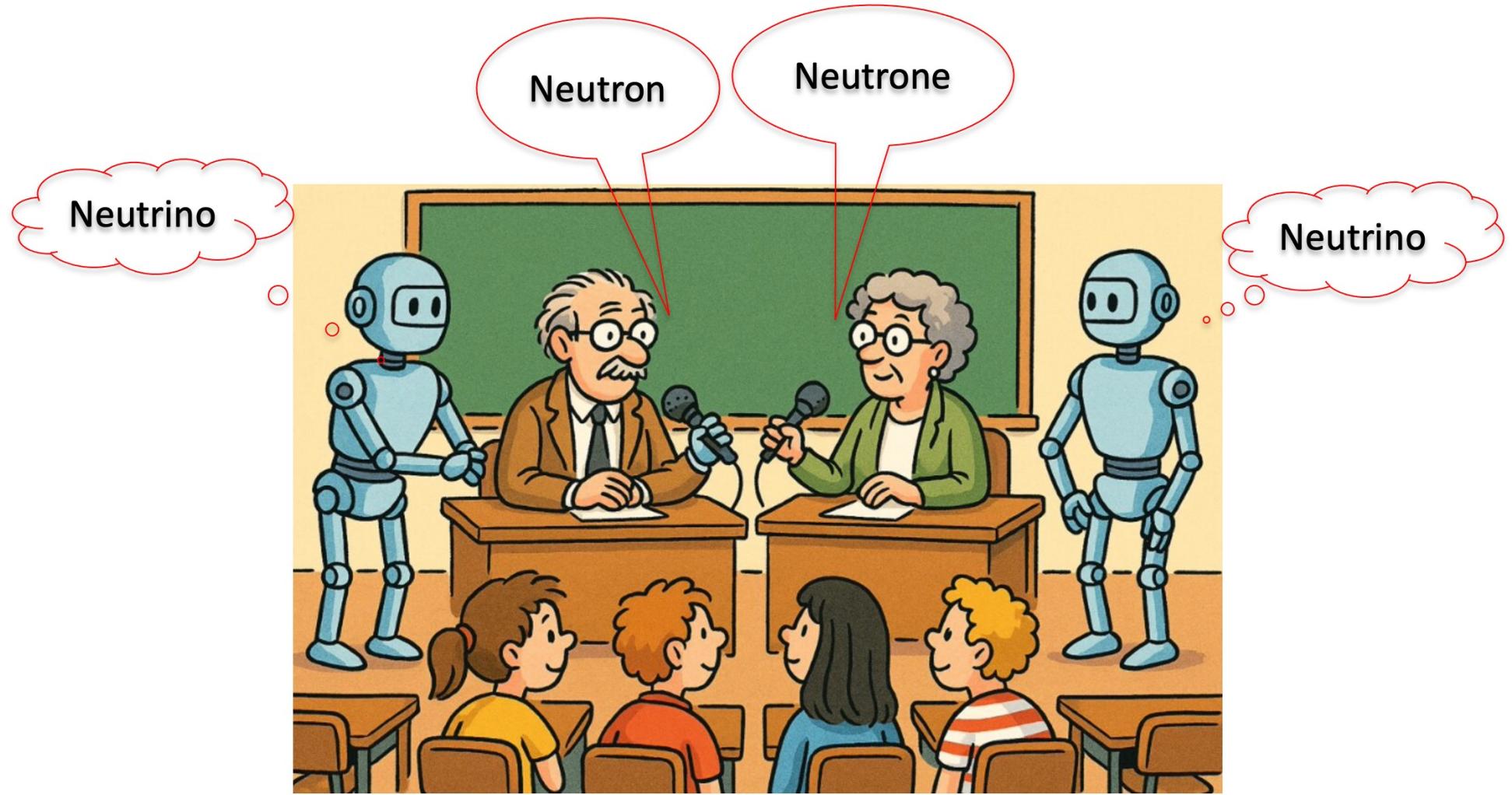
UFERSA

[cas.ufrgs@gmail.com](mailto:caventurini@ufrgs.br)

<http://pt.slideshare.net/casifufrgs/>



Como os  
férmions de  
Majorana  
chegam ao  
chip de  
computação  
quântica da  
Microsoft



# SCIENTIA

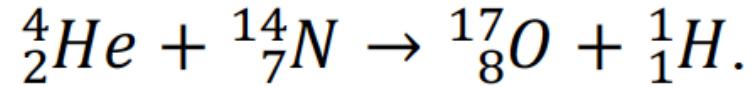
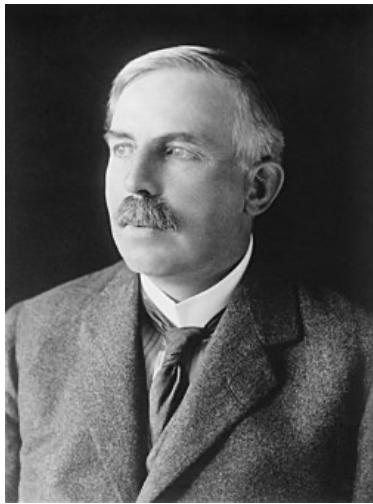
98  
JAN/JUN

UNISINOS

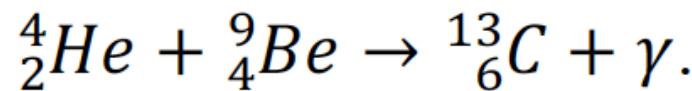
V. 9 nº 1

## A VERSÃO POUCO CONHECIDA DA DESCOBERTA DO NÊUTRON

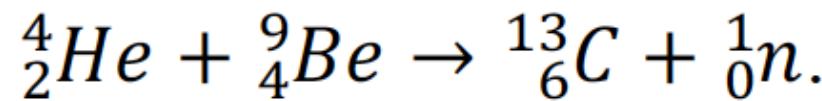
Carlos Alberto dos Santos<sup>1</sup>



1919



1932



1932

# 1930: de Pauli para Meitner

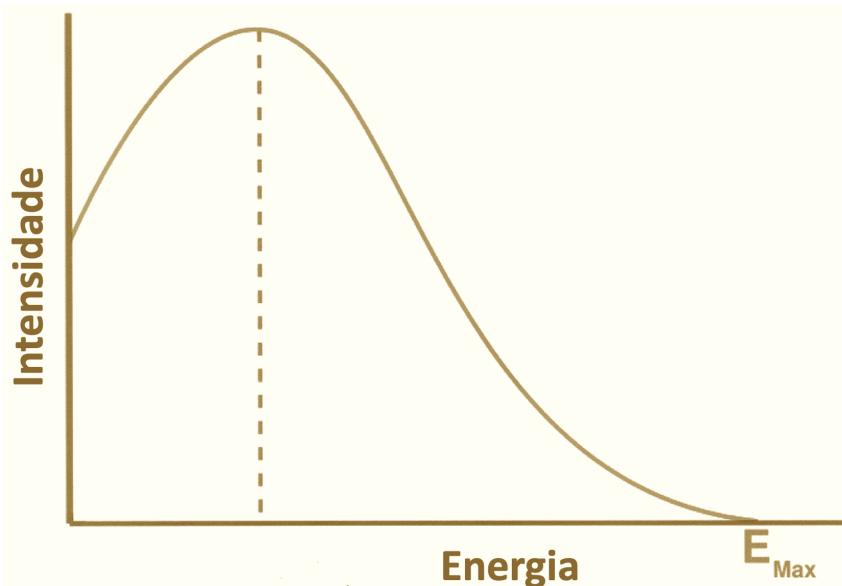


## Pauli proposes a particle

*The letter in which Pauli proposed the neutrino, translated from the German of reference 5, reads as follows:*

Zürich, 4 December 1930  
Gloriastr.  
Physical Institute of the  
Federal Institute of Technology (ETH)  
Zürich  
Dear radioactive ladies and gentlemen,

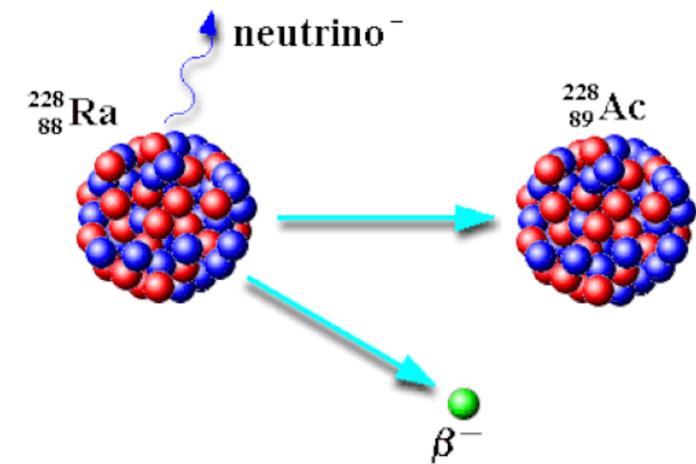
at rest is a magnetic dipole of a certain moment  $\mu$ . Experiment probably requires that the ionizing effect of such a neutron should not be larger than that of a  $\gamma$  ray, and thus  $\mu$  should probably not be larger than  $e \cdot 10^{-13}$  cm.



# 1930: de Pauli para Meitner

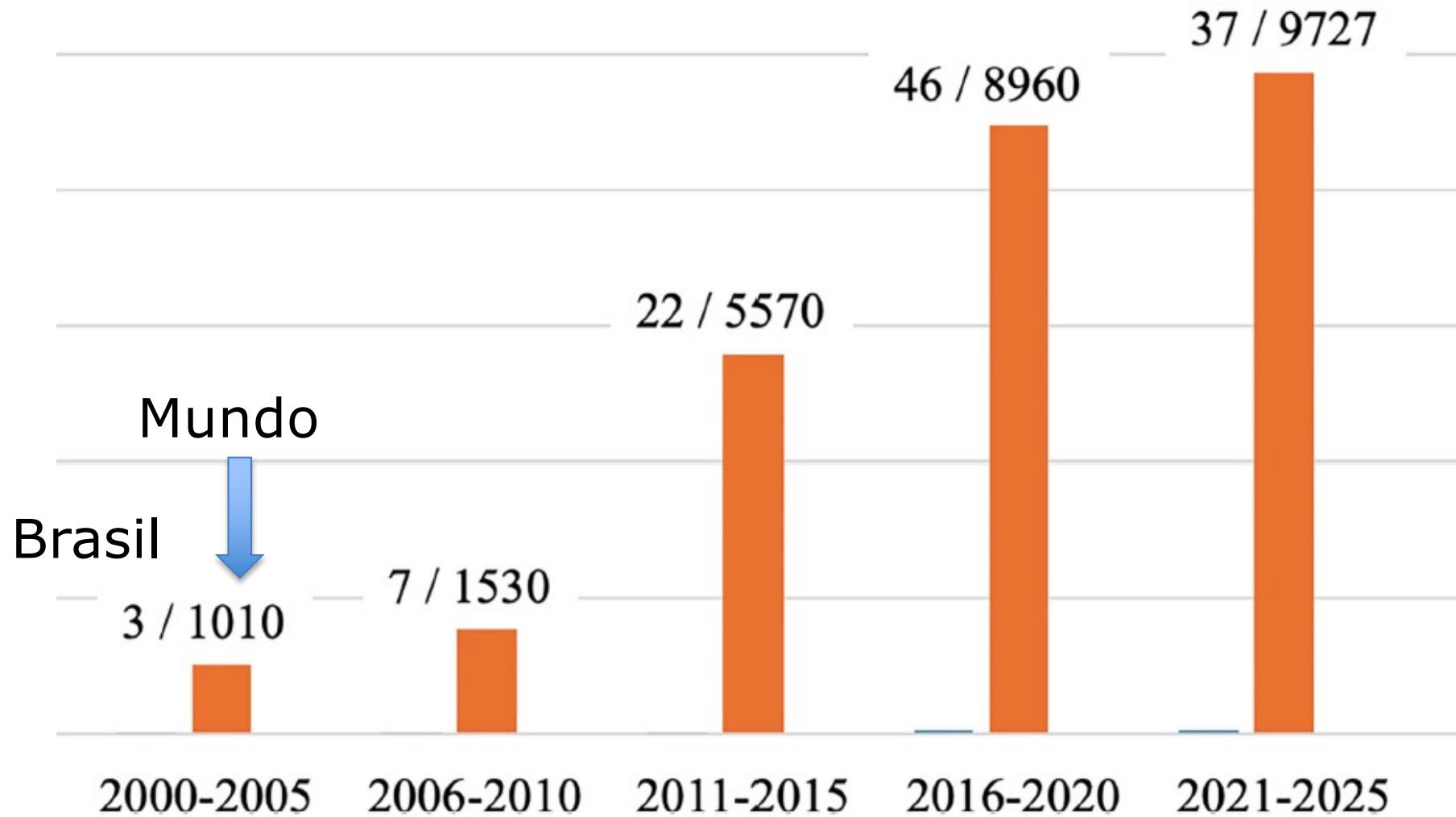
Namely [there is] the possibility that there could exist in the nuclei electrically neutral particles that I wish to call neutrons, which have spin  $\frac{1}{2}$  and obey the exclusion principle, and additionally differ from light quanta in that they do not travel with the velocity of light: The mass of the neutron must be of the same order of magnitude as the electron mass and, in any case, not larger than 0.01 proton mass.—The continuous  $\beta$ -spectrum would then become understandable by the assumption that in  $\beta$  decay a neutron is emitted together with the electron, in such a way that the sum of the energies of neutron and electron is constant.

$${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + e^- + \nu.$$



# Férmions de Majorana

$$\hat{\psi}(r) = \hat{\psi}^\dagger(r)$$

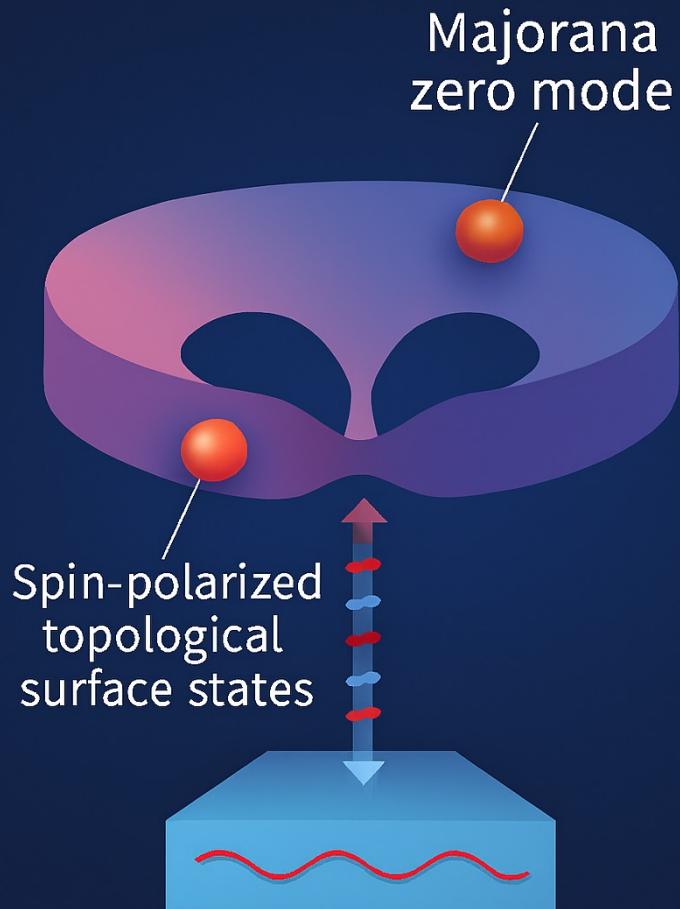




# Onde se encontram os férmions de Majorana na física da matéria condensada



# Topological superconductor



Superconductivity  
Copilot

# Começando pelo começo: material topológico

ANNALS OF PHYSICS **160**, 343–354 (1985)

## Topological Invariant and the Quantization of the Hall Conductance

MAHITO KOHMOTO\*

*Department of Physics and the Materials Research Laboratory,  
University of Illinois at Urbana-Champaign,  
Urbana, Illinois 61801*

Received March 27, 1984

# Começando pelo começo, inocentemente

## II. BLOCH ELECTRONS IN A UNIFORM MAGNETIC FIELD

The Schrödinger equation for a 2-D non-interacting electron system in a uniform magnetic field perpendicular to the plane is written as

$$H\Psi = \left[ \frac{1}{2m} (\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2 + U(x, y) \right] \Psi = E\Psi, \quad (2.1)$$

blá, blá, blá . . .

# Começando pelo começo, agressivamente

348

MAHITO KOHMOTO

From Eqs. (3.5) and (3.6), Eq. (3.3) is written as

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{i\hbar} \sum_{E^\alpha < E_F < E^\beta} \left( \left\langle \frac{\partial u^\alpha}{\partial k_2} \right| \beta \right\rangle \left\langle \beta \left| \frac{\partial u^\alpha}{\partial k_2} \right. \right\rangle - \left\langle \frac{\partial u^\alpha}{\partial k_1} \right| \beta \right\rangle \left\langle \beta \left| \frac{\partial u^\alpha}{\partial k_1} \right. \right\rangle \right).$$

Using the identity  $\sum_{E^\alpha < E_F < E^\beta} (|\alpha\rangle\langle\alpha| + |\beta\rangle\langle\beta|) = 1$ , we have

$$\sigma_{xy}^{(\alpha)} = \frac{e^2}{h} \frac{1}{2\pi i} \int d^2k \int d^2r \left( \frac{\partial u_{k_1 k_2}^{\alpha*}}{\partial k_2} \frac{\partial u_{k_1 k_2}^{\alpha}}{\partial k_1} - \frac{\partial u_{k_1 k_2}^{\alpha*}}{\partial k_1} \frac{\partial u_{k_1 k_2}^{\alpha}}{\partial k_2} \right), \quad (3.7)$$

Vamos para a mesa do botequim . . .

# Férmions de Majorana aparecem em supercondutores

## Unpaired Majorana fermions in quantum wires

A Yu Kitaev

This article has been downloaded from IOPscience. Please scroll down to see the full text article.

2001 Phys.-Usp. 44 131

(<http://iopscience.iop.org/1063-7869/44/10S/S29>)

Isso ficou conhecido como as cadeias de Kitaev

# Voltando ao início

Journal of the Physical Society of Japan **85**, 072001 (2016)

<http://doi.org/10.7566/JPSJ.85.072001>

**Invited Review Papers**

## Majorana Fermions and Topology in Superconductors

Masatoshi Sato<sup>1</sup> and Satoshi Fujimoto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Kyoto 606-8502, Japan*

<sup>2</sup>*Department of Materials Engineering Science, Osaka University, Toyonaka, Osaka 560-8531, Japan*

(Received January 6, 2016; accepted March 28, 2016; published online June 2, 2016)

The emergence of Majorana fermions is the most prominent characteristic of topological superconductors. Here we present phenomenological properties of Majorana fermions.

# De onde vem a topologia?

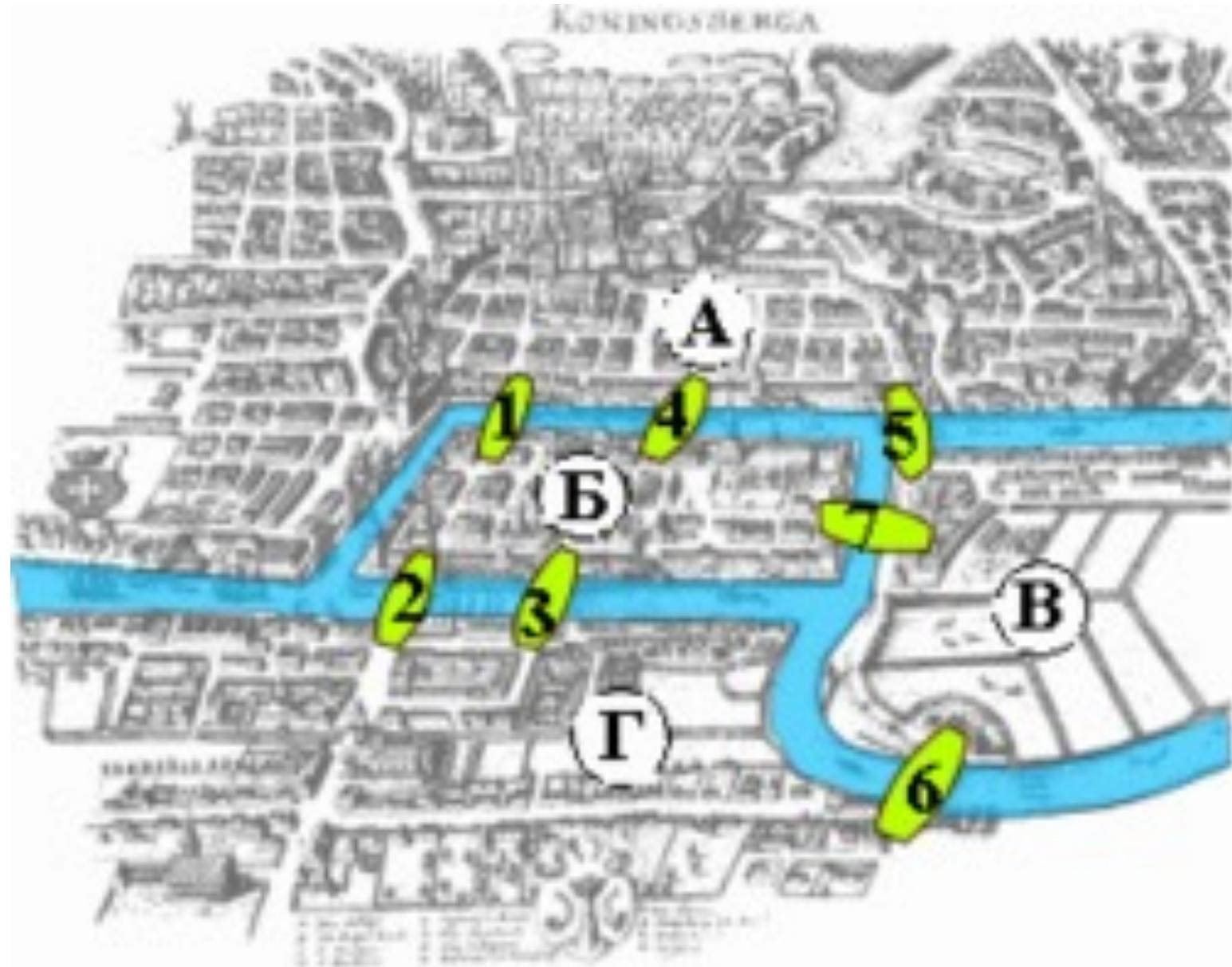


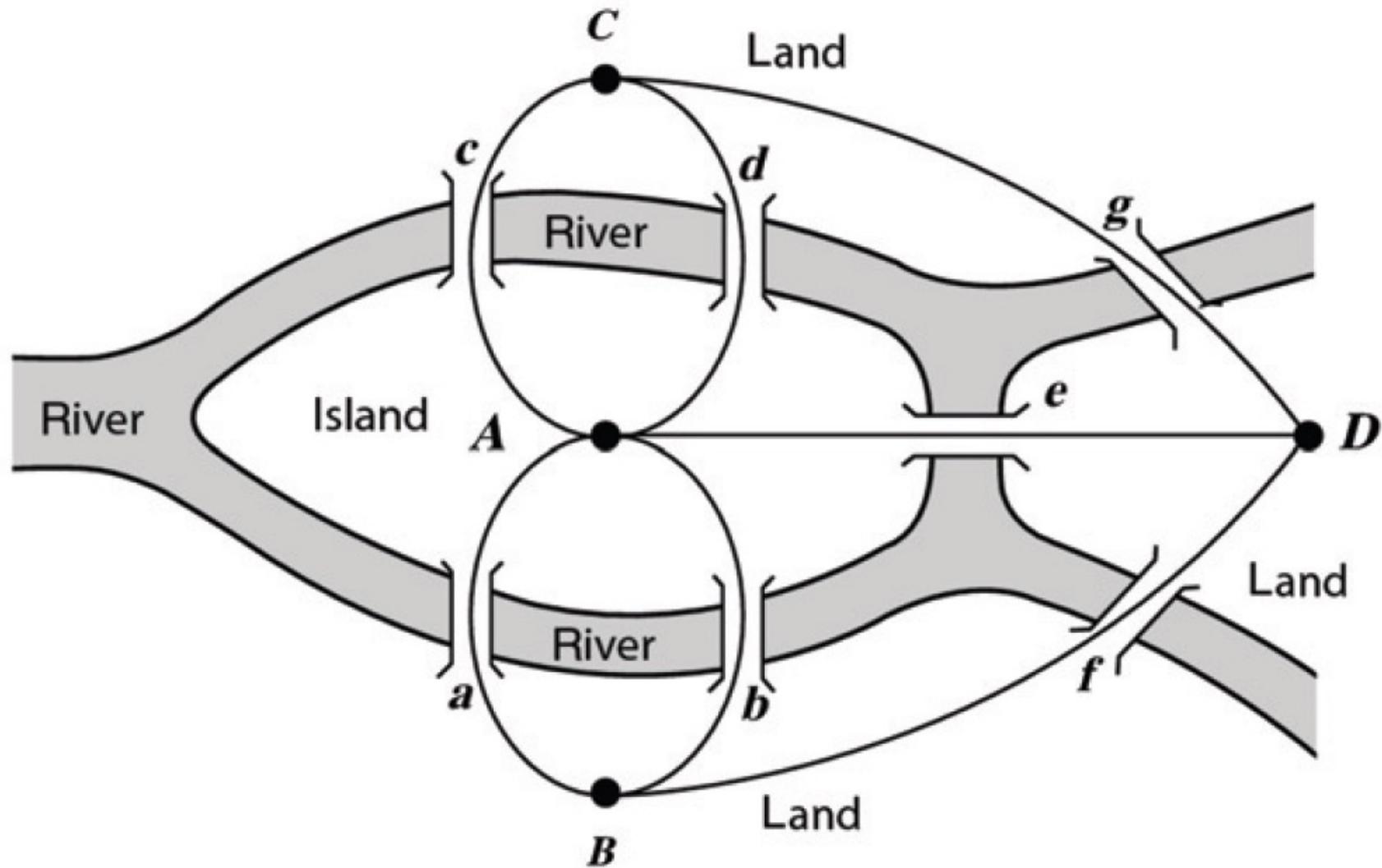
Leonard Euler  
1736

O problema das  
pontes de  
Königsberg, atual  
Kalinigrado

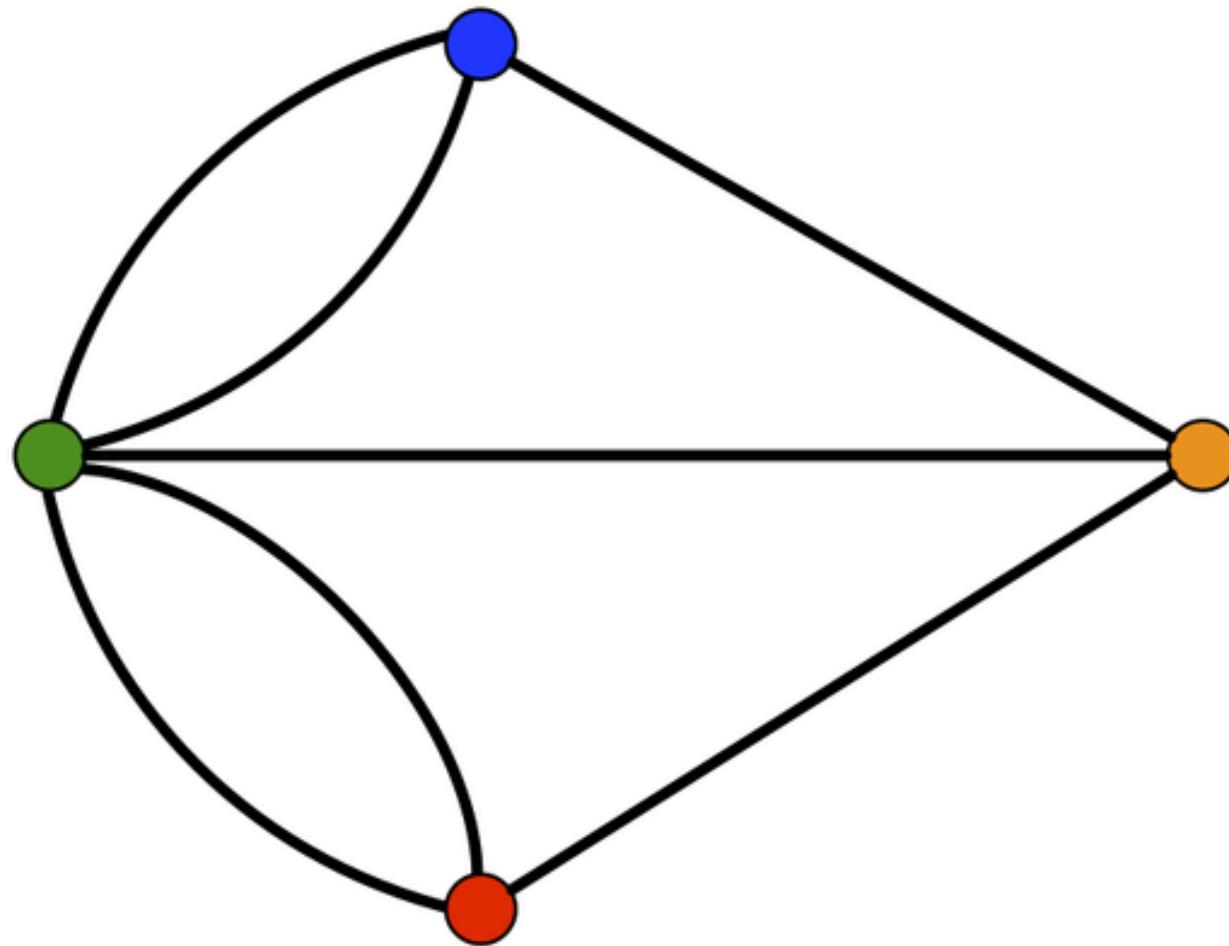
Será possível fazer um passeio passando por todas as sete pontes, passando uma única vez por cada uma e voltando ao ponto de partida?

Euler: NÃO!





# Teoria dos grafos



Um ciclo euleriano existe se, e somente se, todos vértices têm grau par.

A paridade do grau dos vértices  
é um invariante topológico.  
Mesmo que o grafo seja  
deformado (esticando,  
comprimindo, rotacionando) o  
grau de cada vértice permanece  
o mesmo.



# Por que o problema das pontes de Königsberg desembocou na topologia

1. Euler mostrou que a resposta não dependia da forma exata do mapa, mas apenas da estrutura de conexões (quantas pontes saem de cada parte).
2. Essa ideia de que certas propriedades permanecem as mesmas se deformar continuamente o objeto é a essência da topologia.
3. Foi a primeira vez que alguém resolveu um problema geométrico usando apenas relações de conectividade, sem medidas.

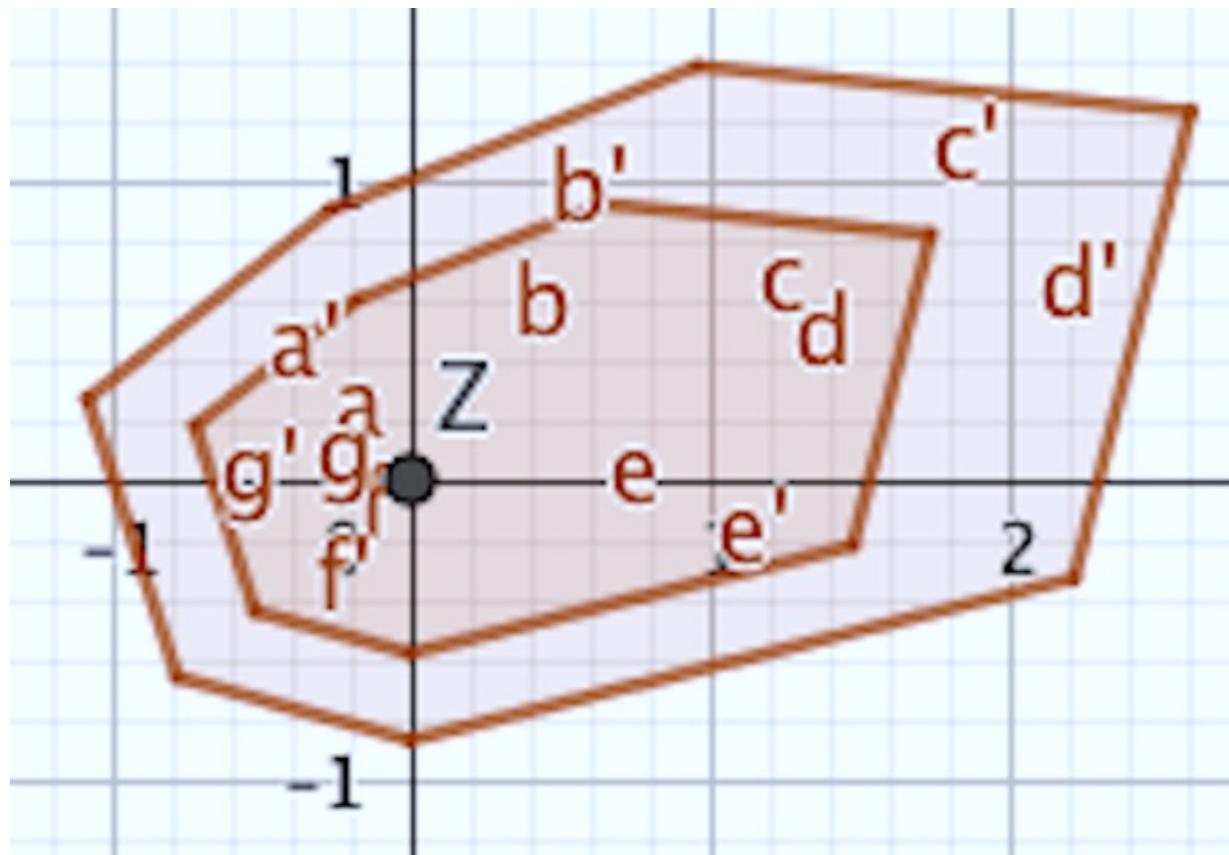


Em 1847, Johann Benedict Listing cunhou o termo topologia, referindo-se ao problema das pontes de Königsberg como inspiração inicial.

# Exemplos: de toróide a xícara

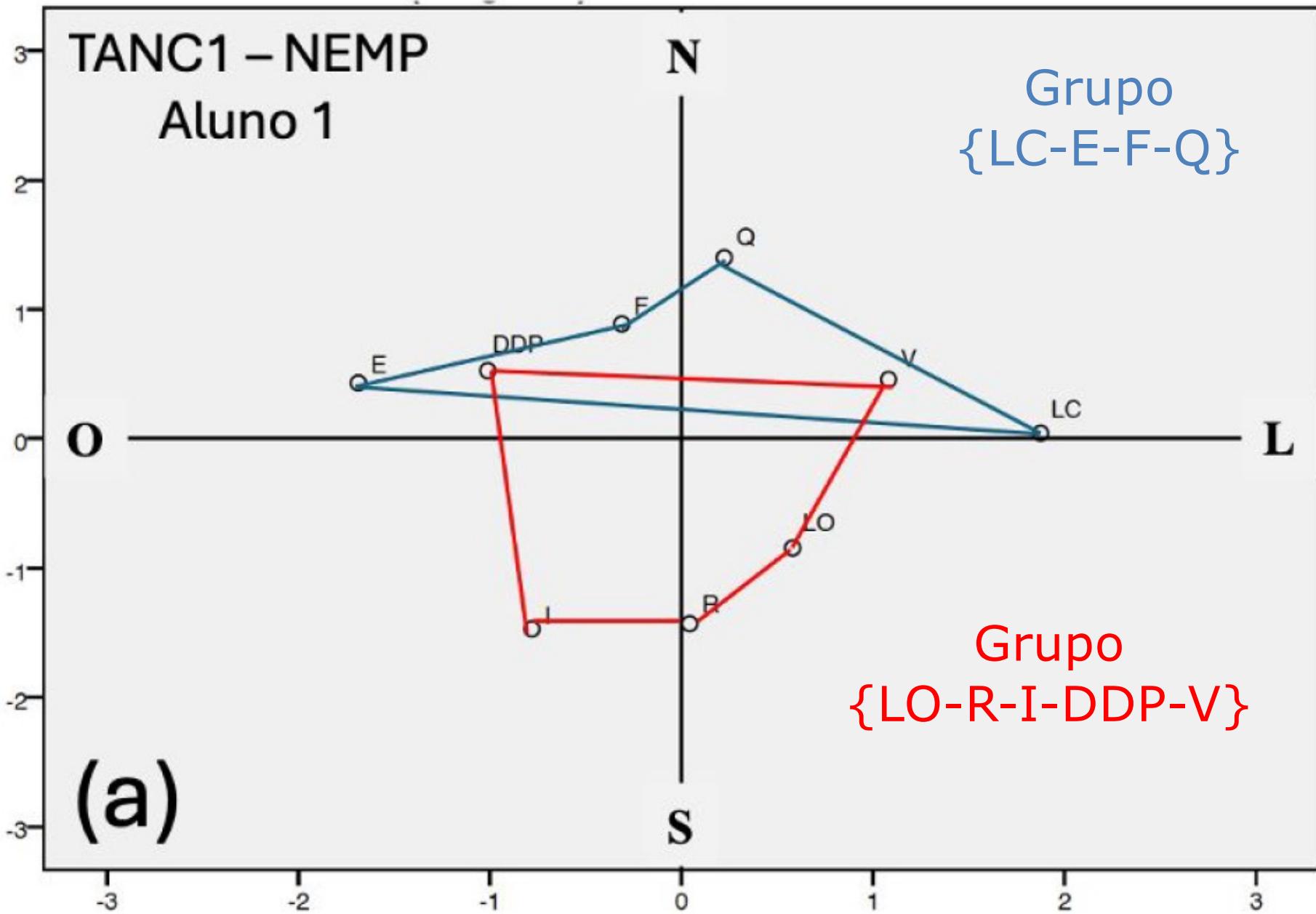


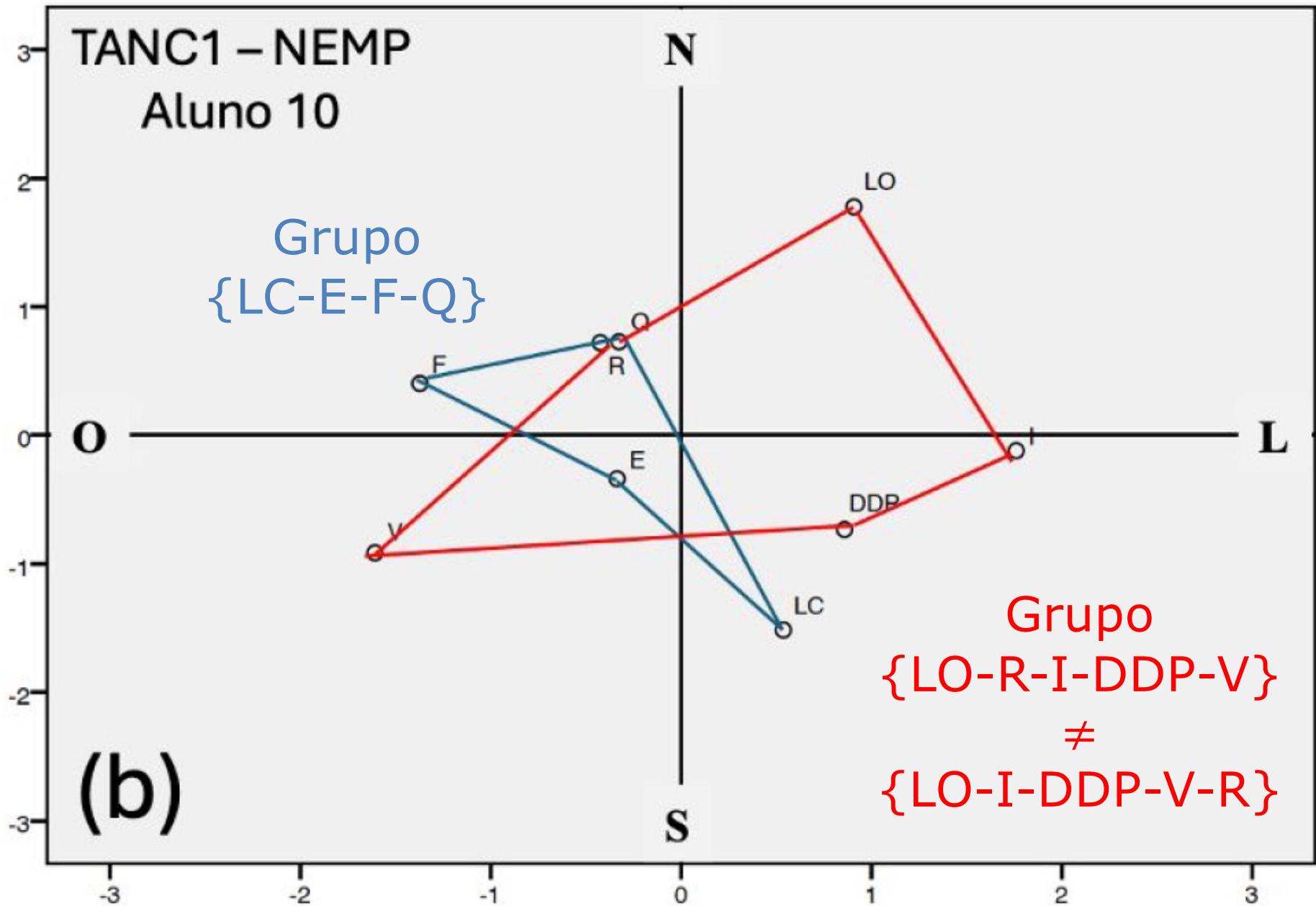
# Exemplos: figuras geométricas



# Exemplos: TANC + EMD





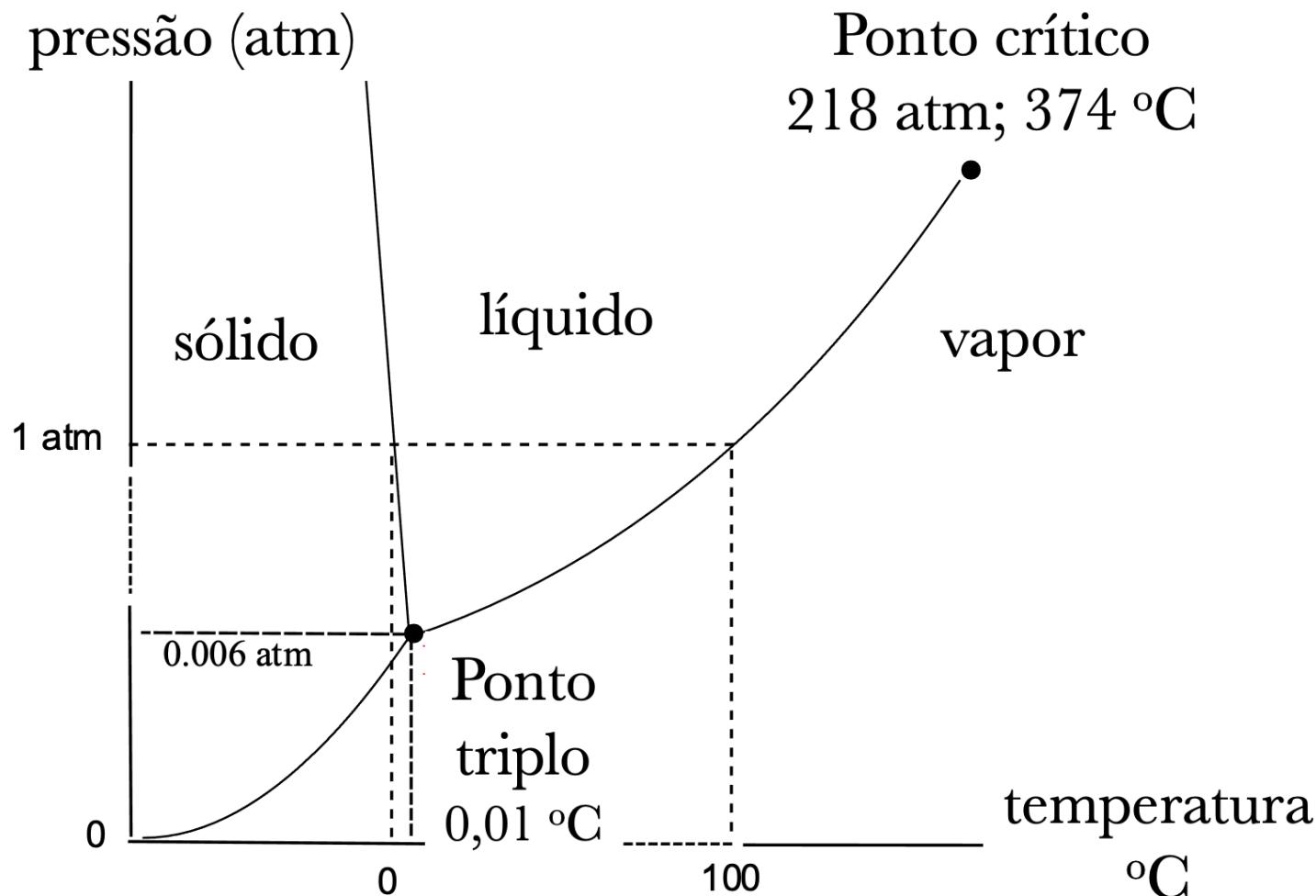


# Fase topológica (cap. 6: Majorana, o oráculo da física contemporânea)

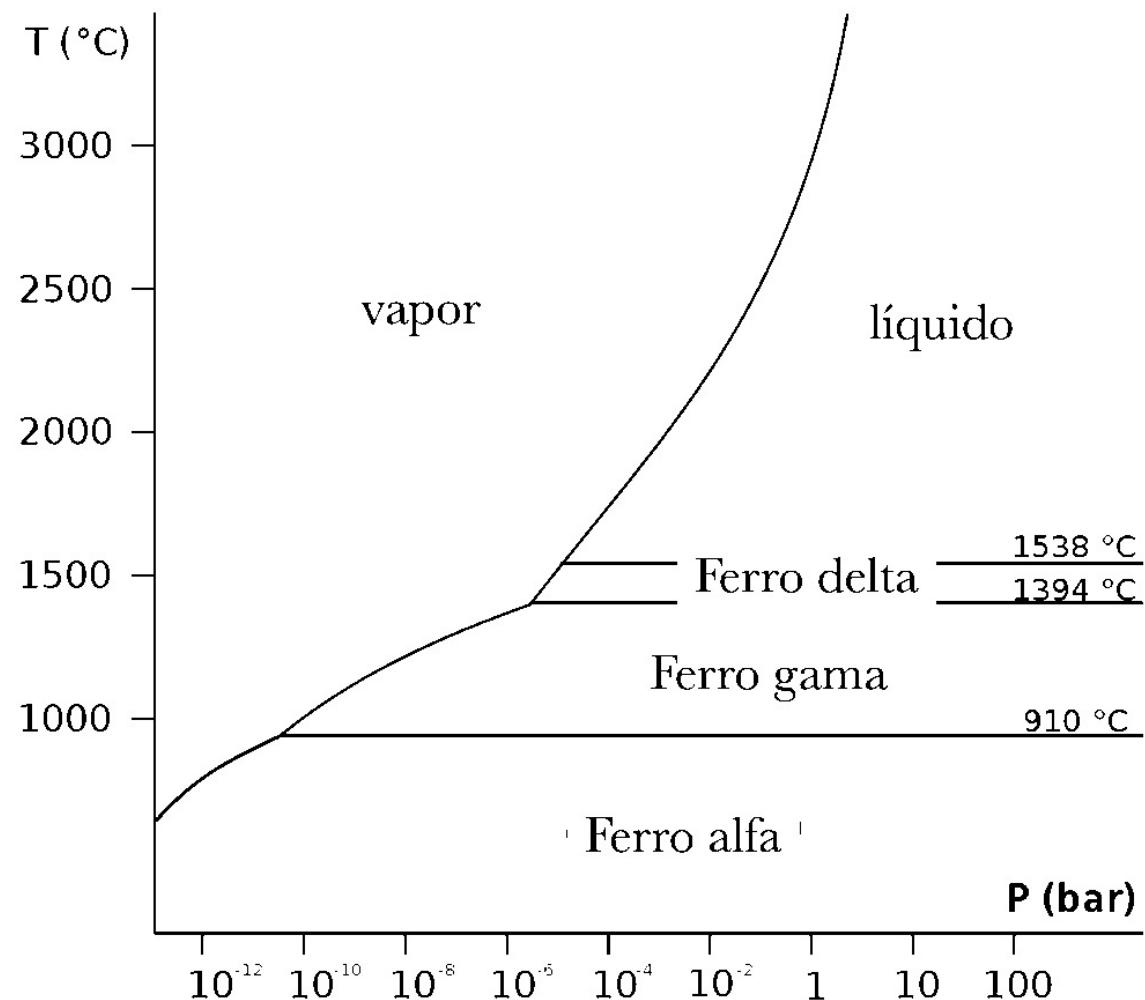
Quando a função de onda de determinado sistema pode ser adiabaticamente conectada a uma função de onda diferente, elas são topologicamente idênticas.

Vamos desenhar um cenário qualitativo

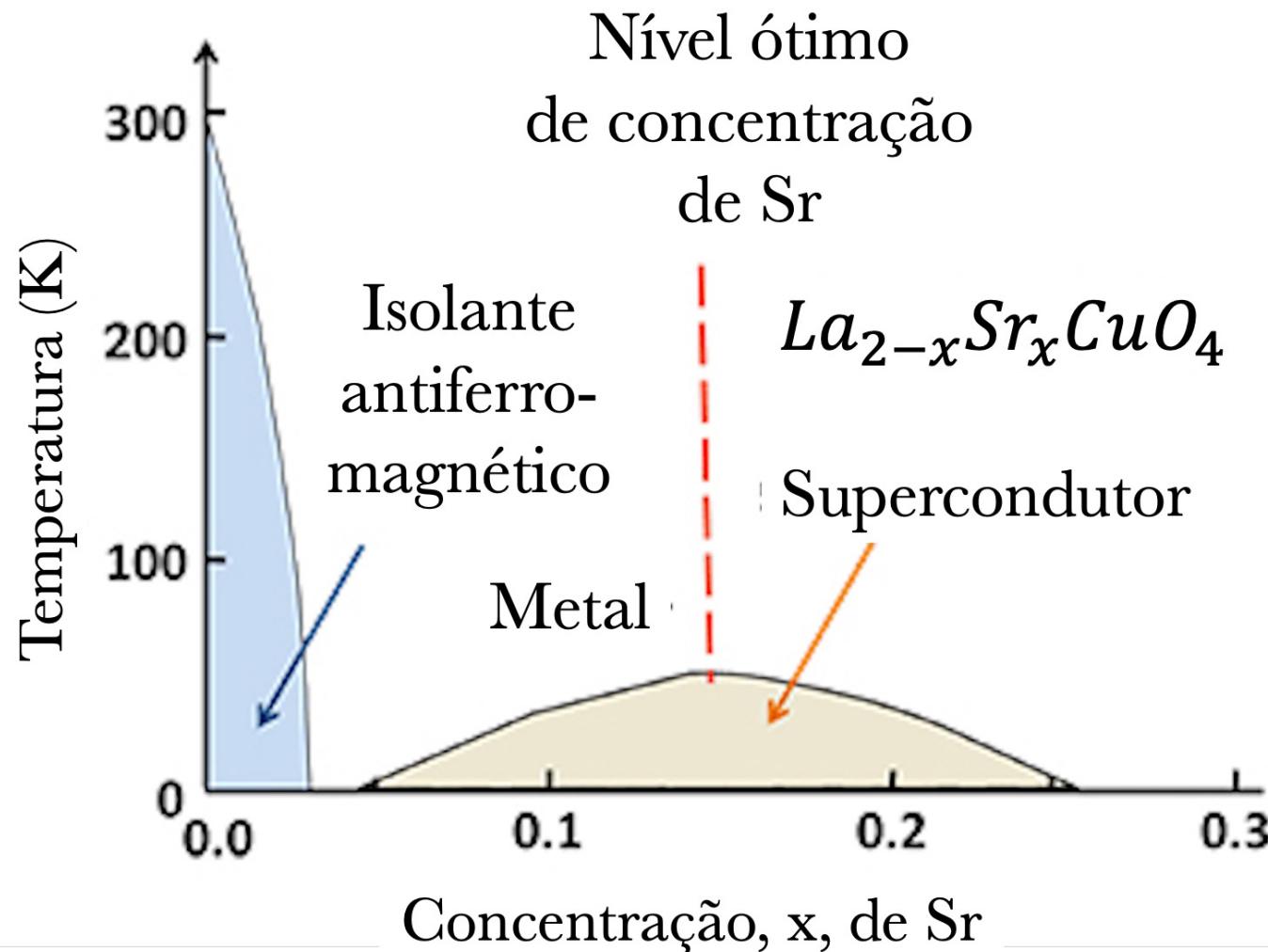
# Fases clássicas da matéria



# Fases clássicas da matéria



# Fases clássicas da matéria



# 1980: Fases topológicas

Essas fases, que aparecem em temperaturas próximas do zero absoluto, só podem ser descritas com a mecânica quântica, e sua observação é realizada indiretamente, por meio de determinados comportamentos conhecidos como assinaturas da fase topológica.

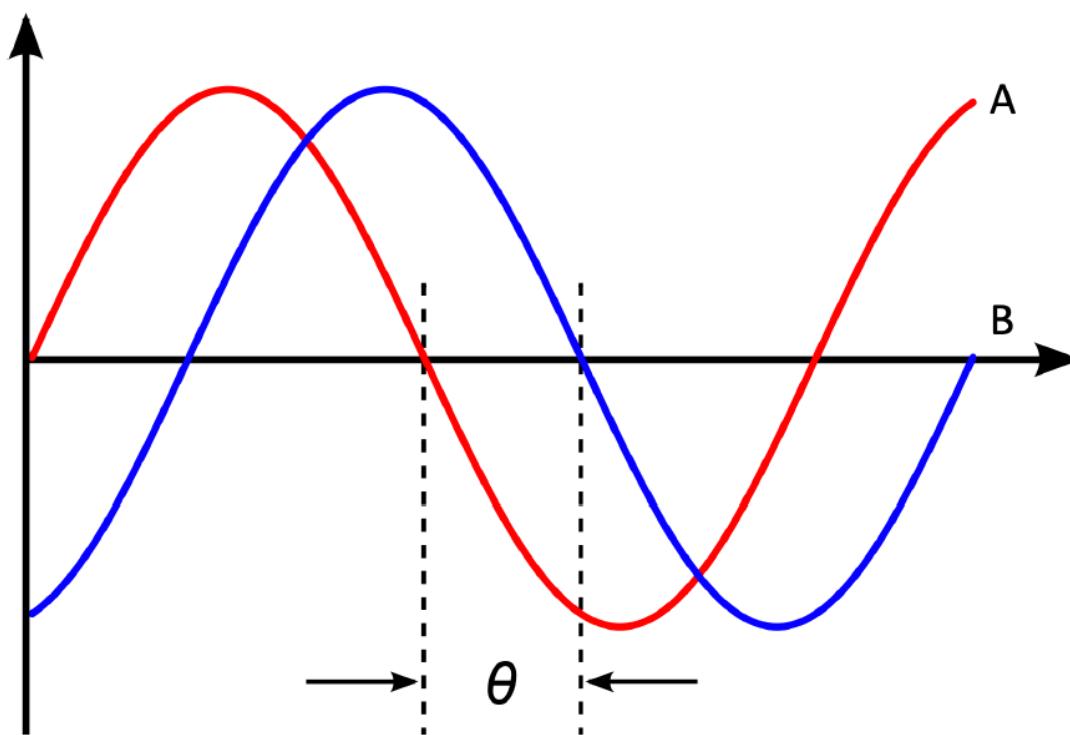
$$\hat{H}|\Psi_e\rangle = E|\Psi_e\rangle$$

$$U(x+a, y) = U(x, y+a) = U(x, y)$$

1. Potencial invariante frente a translações ao longo de x e y.
2. Sistemas topológicos apresentam algum tipo de invariância.
3. São muitas as invariâncias, e vários os materiais topológicos.
4. Os supercondutores são apenas um deles.

$$\psi(x, t) = e^{i\varphi} \psi(x - \omega t, o)$$

Fator de fase



# 1984: Michael Berry

Evolução temporal de qualquer sistema sujeito a um processo adiabático cíclico apresenta um fator de fase adicional.

$$\psi(x, t) = e^{i\Phi} e^{i\varphi} \psi(x - \omega t, 0) = e^{i(\Phi+\varphi)} \psi(x - \omega t, 0)$$

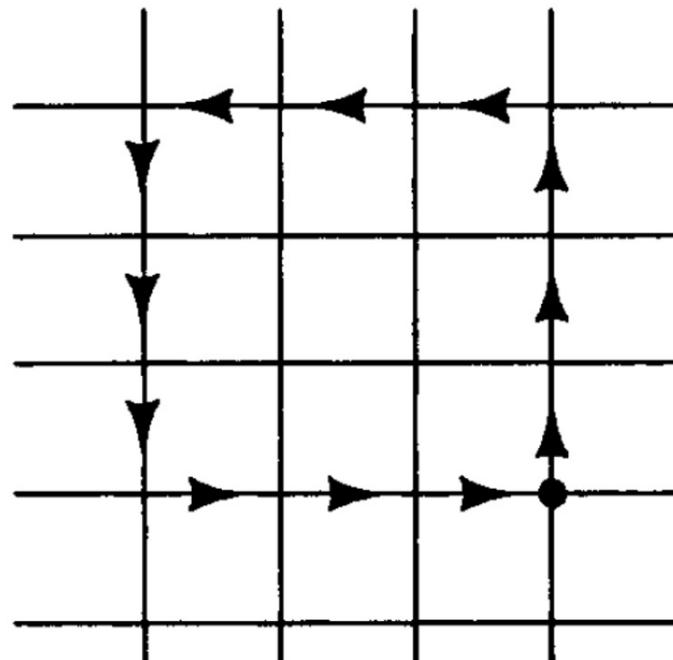


↑  
Fase de Berry

Fator de fase  
adicional

# Onde aparecem as fases de Berry?

Nos defeitos topológicos que surgem nas transições de fase.

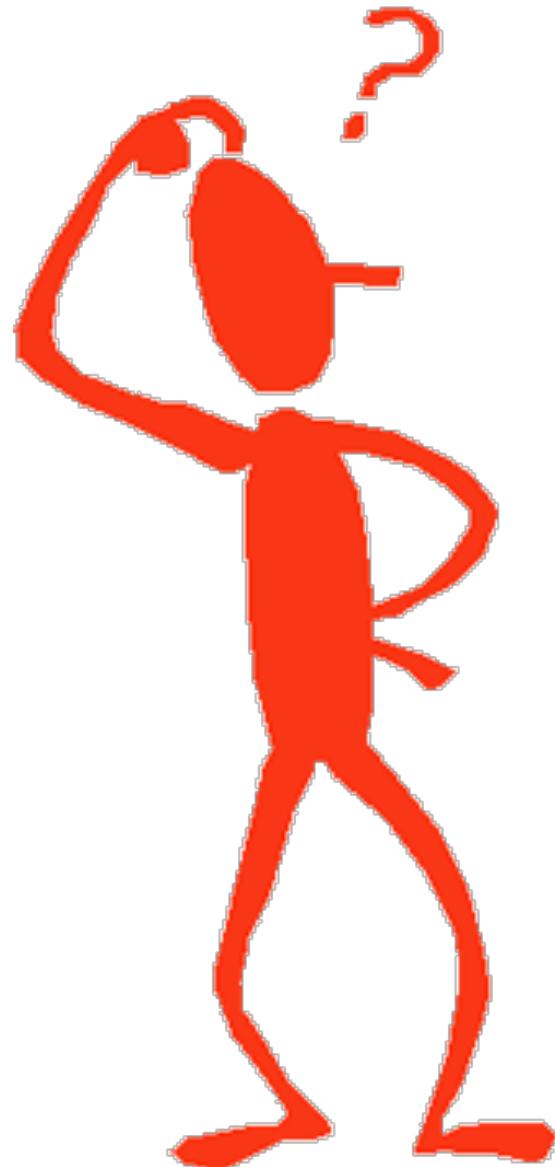


(a)



(b)

Defeito topológico



Como os  
defeitos  
topológicos  
protegem os  
aços



# A um passo do chip da Microsoft

A existência de fases topológicas é essencial para emergência de férmions de Majorana em supercondutores topológicos. Férmions de Majorana formados em defeitos topológicos abrem as portas para a computação quântica mais segura.

Veremos na próxima aula . . .